



L'uguale: una garanzia di equivalenza!

ESPLORA

Osserva e completa

Guarda l'espressione:

$$10 + 15 =$$

Completala a destra del simbolo dell'uguale, in modo corretto.

Hai scritto 25? Certamente è corretto: 25 è il **risultato** dell'operazione $10 + 15$ o, ancora meglio, è il suo **valore**.

L'**UGUALE** è un simbolo matematico tanto semplice (è formato da due soli trattini) quanto potente: è come il verbo *essere* della lingua italiana, perché indica che cosa sia ciò che lo precede.

Per esempio:

$10 + 15 = 25$ si può leggere: $10 + 15$ è uguale a 25, ma anche $10 + 15$ è 25

L'uguale è il **predicato**, cioè il verbo, di una particolare frase matematica, detta **uguaglianza**, che può essere *vera* o *falsa*.

Per esempio:

$10 + 15 = 40$ è un'uguaglianza *falsa*, poiché 40 è diverso da 25

Quando un'uguaglianza è *vera*? Cioè cosa significa in matematica *essere uguali*?

ESPLORA

Rifletti e argomenta

Guarda l'uguaglianza:

$$10 + 15 = 11 + 14$$

È vera o falsa?

Argomenta la tua risposta, cioè spiega in modo logico il tuo punto di vista.

$10 + 15$ e $11 + 14$ non sono somme *identiche* fra loro (hanno, infatti, addendi diversi), ma sono *uguali*, poiché il **valore** di ciò che è a sinistra dell'uguale ($10 + 15$) è **lo stesso** di ciò che sta a destra ($11 + 14$): diciamo che sono **equivalenti**.

Inoltre, $10 + 15$ non è uguale solo a 25, ma a infinite espressioni il cui valore è 25.



In matematica, si può essere uguali senza essere identici!

Uno stesso valore è uguale a infinite espressioni.

Quindi l'**uguale** non è soltanto un simbolo che precede il risultato di un'operazione, è molto di più: è una **relazione** fra due espressioni non necessariamente identiche fra loro, ma **equivalenti**.

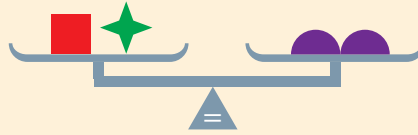
Un'uguaglianza (vera) è una **relazione** fra due espressioni che hanno lo **stesso valore**.

L'uguale è come l'ago di una bilancia quando è in *equilibrio*: il valore di ciò che è sul piatto di sinistra deve essere lo stesso di ciò che è sul piatto di destra.

ESPLORA

Osserva e deduci

Guarda con attenzione questa bilancia:



Se il **quadrato** vale 3 e il **semicerchio** vale 5, quanto deve valere la **stella** affinché la bilancia sia *in equilibrio*?

- Argomenta la tua risposta.
- Traduci in un'uguaglianza aritmetica ciò che il disegno rappresenta.
- Se inverti i 2 piatti, l'uguaglianza si conserva?

Poiché a destra dell'uguale si hanno 2 semicerchi viola, il valore complessivo del piatto di destra è $5 + 5 = 10$. La bilancia è in *equilibrio*, allora anche il piatto di sinistra deve valere 10; quindi l'oggetto verde deve valere $10 - 3$, cioè 7.

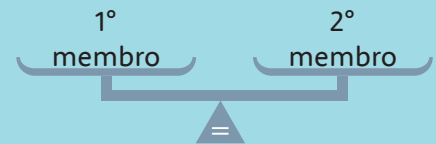
Il disegno rappresenta perciò la seguente uguaglianza:

$$3 + 7 = 5 + 5$$

che resta vera se si invertono le 2 espressioni: $5 + 5 = 3 + 7$.

L'uguaglianza è formata da 3 parti: il simbolo dell'uguale in mezzo, un'espressione a sinistra, detta **primo membro**, e un'espressione a destra, detta **secondo membro**.

Ha una sua *simmetria*: i due membri sono **interscambiabili**.



ESPLORA

Osserva, riconosci e argomenta

Considera l'espressione:

$$12 + 8 + 15$$

Per determinarne il valore, un ragazzino ha scritto questo:

$$12 + 8 = 20 + 15 = 35$$

Secondo te, è corretto?

Argomenta la tua risposta.

Anche un singolo numero può essere considerato un'espressione.



Se pensi che ci sia un errore, hai ragione: anche se aggiungendo 15 a $12 + 8$ si ottiene 35, è chiaro che $12 + 8$ **non** è uguale a $20 + 15$, perché il valore di $12 + 8$ è 20 mentre il valore di $20 + 15$ è 35. Quindi possiamo scrivere:

$$12 + 8 \neq 20 + 15$$

dove $\neq$ si legge *non uguale a* oppure *diverso da*.

Quando un simbolo matematico è **barrato**, ha significato opposto a quello *non barrato*.



Per evitare di cadere in questo errore, devi andare a capo in modo che ogni passaggio esprima una *uguaglianza vera*, senza "spezzare" l'espressione né aggiungere poco alla volta i termini.

Se si somma o si sottrae a un solo membro un numero diverso da 0, l'**uguaglianza diventa falsa**.

ESPLORA**Leggi e applica**

Di seguito è riportata un'uguaglianza vera:

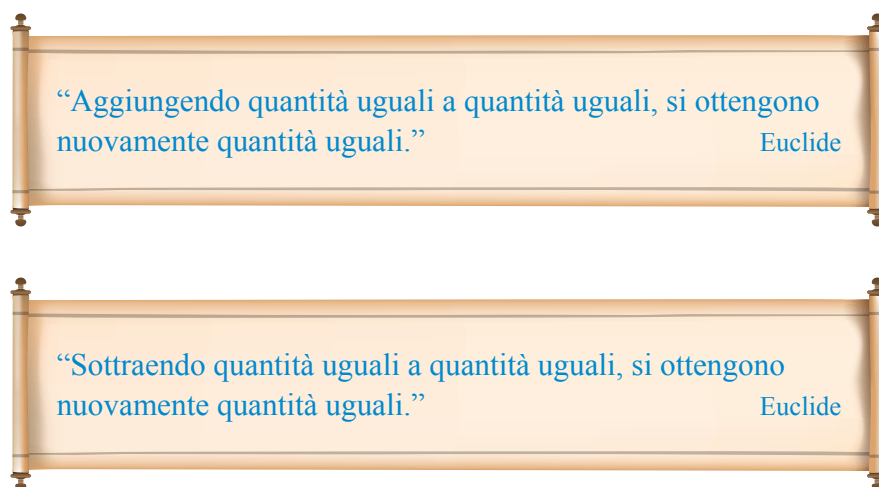
$$8 - 3 = 1 + 4$$

- Prova ad aggiungere 9 sia a sinistra sia a destra del simbolo uguale.
- Prova a sottrarre 2 sia a sinistra sia a destra del simbolo uguale.

L'uguaglianza si conserva vera in entrambi i casi?

La tua risposta è sì? Corretto! Queste proprietà dell'uguaglianza sono state enunciate proprio da **EUCLIDE** nella sua opera *Elementi*.

Lui le definì **NOZIONI COMUNI**, ovvero delle proprietà che non dovevano essere dimostrate e che, già all'epoca, erano accettate da tutti i matematici.



Perciò, il nostro amico che nell'esempio della pagina precedente aveva scritto:

$$12 + 8 = 20 + 15$$

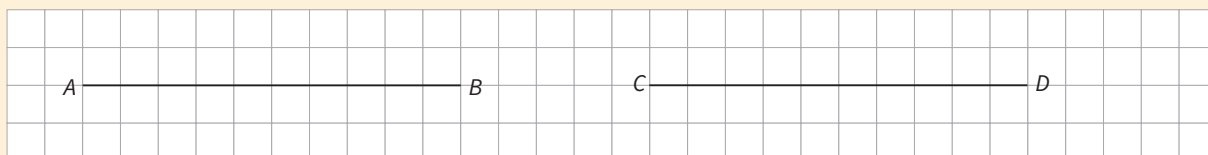
non ha utilizzato correttamente la *Nozione Comune* spiegata da Euclide. Avrebbe dovuto aggiungere 15 anche al membro di sinistra!

Le *Nozioni Comuni* valgono, quindi, in aritmetica. E in geometria?

ESPLORA**Rappresenta**

In figura sono rappresentati due segmenti di lunghezza 10 unità.

- **Aggiungi a entrambi i segmenti due unità.**
- **Sottrai a entrambi i segmenti tre unità.**



Avrai ottenuto ogni volta una coppia di segmenti di lunghezza uguale! Le *Nozioni Comuni* di Euclide non sono applicabili solo in aritmetica, ma anche in geometria e non solo: hanno il vantaggio di essere **PROPRIETÀ GENERALI** e che perciò possono essere applicate in ogni ambito matematico in cui gli enti siano misurabili e uguali.

Operando in modo **uguale** su “cose” **uguali** si ottengono “cose” **uguali**.

CHE COSA HO IMPARATO?

L'UGUALE NON CONCLUDE SOLTANTO UN'OPERAZIONE! Non è un simbolo di passaggio, ma forma una relazione fra due espressioni equivalenti.

L'UGUAGLIANZA SI PUÒ LEGGERE SIA DA DESTRA SIA DA SINISTRA, poiché i due membri hanno lo stesso valore e, quindi, sono interscambiabili.

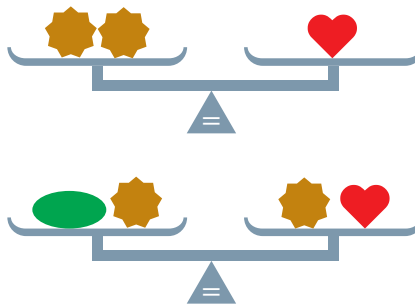
L'UGUALE SI APPLICA OVUNQUE: può mettere in relazione enti o proprietà misurabili dell'aritmetica, della geometria, dell'algebra...

L'UGUAGLIANZA SI CONSERVA se si opera nello stesso modo sui due membri.

TOCCA A TE!

Osserva, confronta e deduci

1. Guarda con attenzione queste 2 bilance:



Ogni oggetto ha sempre lo stesso valore sulle 2 bilance.

- A quanti **cuori** è uguale l'**ovale**? **1**
- A quante **stelle** è uguale l'**ovale**? **2**
- Se il **cuore** vale 34, quanto valgono la **stella** e l'**ovale**? **17, 34**

TOCCA A TE!

Osserva e riconosci

2. **Caccia all'errore!** Su una scatola di acquerelli è indicata la seguente istruzione per creare il giallo ocra:



Questa istruzione, dal punto di vista matematico, è sbagliata!

Riusciresti a riscriverla in modo corretto? **blu + giallo + rosso = ocra**