



# **Rassegna di quesiti**

**tratti dalle più recenti prove ministeriali**

## Algebra

- 1** Dei numeri 1, 2, 3, ... 6000, quanti non sono divisibili né per 2, né per 3, né per 5?  
[Sessione ordinaria, 2014]

1600

- 2** Nello sviluppo di  $(2a^2 - 3b^3)^n$  compare il termine  $-1080 a^4 b^9$ . Qual è il valore di  $n$ ?  
[Sessione ordinaria, 2014]

5

- 3** Un motociclista procede a velocità costante su di una strada statale. Poco dopo la partenza, incontra una pietra miliare con l'indicazione chilometrica scritta con due cifre. Un'ora più tardi, ne nota un'altra con le stesse cifre, ma invertite, e, dopo un'altra ora, ne individua una terza con le due cifre nell'ordine iniziale, ma separate da uno zero. Quale è stata la velocità della moto?  
[Sessione straordinaria, 2014]

45 km/h

- 4** Un certo numero formato da tre cifre è uguale a 56 volte la somma delle cifre che lo compongono. La cifra delle unità è uguale a quella delle decine aumentata di 4, mentre, scambiando la cifra delle unità con quella delle centinaia, si ottiene un valore che è uguale a quello originario diminuito di 99. Si determini il numero di partenza.  
[Sessione suppletiva, 2014]

504

- 5** Siano  $x_1$  e  $x_2$  gli zeri di  $P(x) = x^2 - x - 2014$ , con  $x_1 < x_2$ . Siano  $x_3$  e  $x_4$  gli zeri di  $Q(x) = x^2 - 2x - 2014$ , con  $x_3 < x_4$ . Si calcoli  $(x_4 - x_2) + (x_3 - x_1)$ .  
[Scuole Italiane all'Estero, Europa, 2014]

1

## Esponenziali e logaritmi

- 1** Si determinino i valori reali di  $x$  per cui:

$$\left(\frac{1}{5}(x^2 - 10x + 26)\right)^{x^2 - 6x + 1} = 1$$

[Sessione ordinaria, 2014]

$$x = 3; x = 7; x = 3 - 2\sqrt{2}; x = 3 + 2\sqrt{2}$$

- 2** Si determini il dominio della funzione:

$$f(x) = \sqrt{3 - \log_2(x + 5)}$$

[Sessione ordinaria, 2014]

$$-5 < x \leq 3$$

- 3** Si determini il campo di esistenza della funzione:

$$y = \log_{\sin x}(x^2 - 5x + 6), \text{ con } 0 \leq x \leq 2\pi$$

[Sessione straordinaria, 2014]

$$0 < x < \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} < x < 2, 3 < x < \pi$$

- 4** Si determini il dominio della funzione:

$$f(x) = \sqrt{e^{2x} - 3e^x + 2}$$

[Sessione suppletiva, 2014]

$$-\infty < x \leq 0, \ln 2 \leq x < +\infty$$

## Trigonometria

- 1** Sia  $ABC$  un triangolo rettangolo in  $A$ . Sia  $O$  il centro del quadrato  $BCDE$  costruito sull'ipotenusa, dalla parte opposta al vertice  $A$ .  
Dimostrare che  $O$  è equidistante dalle rette  $AB$  e  $AC$ .  
[Sessione ordinaria, 2023]

- 2** Nel triangolo disegnato a lato, qual è la misura, in gradi e primi sessagesimali, di  $\alpha$ ?



[Sessione ordinaria, 2014]

$$\alpha_1 \approx 41,810^\circ \approx 41^\circ 49'$$

- 3** Un gruppo di attivisti antinucleari ha organizzato una marcia di protesta verso un sito scelto per la costruzione di una centrale termonucleare. Essi camminano, in pianura, con velocità costante, dirigendosi in linea retta verso le torri di raffreddamento dell'impianto, che sono già state costruite. Alle 7 uno degli organizzatori della marcia antinucleare vede la cima della torre di raffreddamento con un angolo di elevazione di  $2^\circ$ ; 30 minuti più tardi l'ampiezza dell'angolo è pari a  $5^\circ$ . Si calcoli a che ora il gruppo raggiungerà il cantiere, arrotondando il risultato al minuto.  
[Sessione straordinaria, 2014]

Il gruppo raggiungerà il cantiere alle ore 7 e 50 minuti.

- 4** Data una statua  $AB$  di altezza  $h = 2,5$  m, posta su di un piedistallo  $BP$  di altezza  $a = 2$  m, si determini sul piano orizzontale passante per il punto  $P$  d'appoggio del piedistallo un punto  $O$  tale che da esso la statua sia vista sotto angolo massimo.  
[Sessione straordinaria, 2014]

L'angolo massimo sotto cui è vista la statua è  $\beta = \arct\left(\frac{5}{12}\right)$  e la distanza di  $O$  da  $P$  è:  
 $b = \frac{2}{\text{tg}\alpha} = \frac{2}{\frac{2}{3}} = 3$  m.

- 5** Un osservatore posto sulla riva di un lago a 236 m sopra il livello dell'acqua, vede un aereo sotto un angolo di elevazione  $\alpha$  di  $42,4^\circ$  e la sua immagine riflessa sull'acqua sotto un angolo di depressione  $\beta$  di  $46,5^\circ$ . Si trovi l'altezza dell'aereo rispetto all'osservatore.  
[Sessione suppletiva, 2014]

3064 m

- 6** Alcuni ingegneri si propongono di costruire una galleria rettilinea che colleghi il paese  $A$ , situato su un versante di una collina, con il paese  $B$ , che si trova sul versante opposto. Da una terza località  $C$  i progettisti misurano le distanze  $\overline{CA} = 837$  metri,  $\overline{CB} = 164$  metri e l'angolo  $\widehat{ACB}$  la cui ampiezza è  $44,5^\circ$ . Si calcoli quale sarà la lunghezza della galleria.  
[Sessione straordinaria, 2012]

Circa 816 m

## Geometria analitica nello spazio

- 1** Considerata la retta  $r$  passante per i due punti  $A(1, -2, 0)$  in  $B(2, 3, -1)$ , determinare l'equazione cartesiana della superficie sferica di centro  $C(1, -6, 7)$  e tangente a  $r$ .

[Sessione ordinaria, 2023]

$$(x - 1)^2 + (y + 6)^2 + (z - 7)^2 = 38$$

- 2** Dati i punti  $A(2, 0, -1)$  e  $B(-2, 2, 1)$ , provare che il luogo geometrico dei punti  $P$  dello spazio, tali che,  $\overline{PA} = \sqrt{2} \overline{PB}$ , è costituito da una superficie sferica  $S$  e scrivere la sua equazione cartesiana. Verificare che il punto  $T(-10, 8, 7)$  appartenga a  $S$  e determinare l'equazione del piano tangente in  $T$  a  $S$ .

[Sessione ordinaria, 2019]

$$x^2 + y^2 + z^2 + 12x - 8y - 6z + 13 = 0 \quad \text{Piano tangente in } T \text{ a } S: x - y - z + 25 = 0$$

- 3** Dopo aver verificato che il punto  $T(1, 0, 1)$  appartiene al piano  $\pi: x - 2y + 2z = 3$ , determinare l'equazione della superficie sferica passante per il punto  $P(1, 0, 5)$  e tangente in  $T$  al piano  $\pi$ .

[Sessione straordinaria, 2019]

$$(x - 2)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 9, x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 4y - 6z + 8 = 0$$

- 4** Nello spazio tridimensionale, sia  $r$  la retta passante per i punti  $A(-2, 0, 1)$  e  $B(0, 2, 1)$ . Determinare le coordinate di un punto appartenente alla retta  $r$  che sia equidistante rispetto ai punti  $C(5, 1, -2)$  e  $D(1, 3, 4)$ .

[Simulazione, Aprile 2019]

$$P = (6; 8; 1)$$

- 5** Determinare l'equazione della superficie sferica  $S$ , con centro sulla retta  $r: \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = t \end{cases} t \in \mathbb{R}$  tangente al piano  $\pi: 3x - y - 2z - 14 = 0$  nel punto  $T(-4, 0, 1)$ .

[Sessione ordinaria, 2018]

$$(x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 14$$

- 6** Sono dati, nello spazio tridimensionale, i punti  $A(3, 1, 0)$ ,  $B(3, -1, 2)$ ,  $C(1, 1, 2)$ . Dopo aver verificato che  $ABC$  è un triangolo equilatero e che è contenuto nel piano  $\alpha$  di equazione  $x + y + z - 4 = 0$ , stabilire quali sono i punti  $P$  tali che  $ABCP$  sia un tetraedro regolare.

[Sessione ordinaria, 2018]

$$\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC} = \sqrt{8}; P_1\left(\frac{11}{3}; \frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right), P_2(1; -1; 0)$$

- 7** Determinare il raggio della sfera di centro  $C(2, 2, 2)$  tangente al piano di equazione:  $x + 2y + z = 12$ .

[Sessione straordinaria, 2018]

$$\text{Raggio sfera tangente} = \frac{4}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

- 8** Determinare le coordinate dei punti nello spazio che giacciono sulla retta perpendicolare nel punto  $[1, 1, 1]$  al piano di equazione  $2x - y - z = 0$ , a distanza 6 da tale piano.

[Sessione straordinaria, 2018]

$$P_1(1 + 2\sqrt{6}; 1 - \sqrt{6}; 1 - \sqrt{6}) \text{ e } P_2(1 - 2\sqrt{6}; 1 + \sqrt{6}; 1 + \sqrt{6})$$

- 9** Determinare l'equazione della superficie sferica di centro  $C(1, -1, 2)$  tangente al piano di equazione  $x - y + z = 10$  e le coordinate del punto di contatto tra la superficie sferica e il piano.

[Sessione suppletiva, 2018]

$$(x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 2)^2 = 12$$

- 10** Determinare il luogo geometrico dei punti  $P(x, y, z)$  equidistanti dai punti  $A(0, 1, 2)$  e  $B(-3, 2, 0)$ .

[Sessione suppletiva, 2018]

$$3x - y + 2z + 4 = 0$$