Attività per l'Educazione civica

Nelle pagine che seguono proponiamo **6 schede operative** per svolgere attività, prevalentemente di gruppo, inerenti l'Educazione civica.
Le schede sono precedute da una pagina introduttiva dove ne precisiamo finalità, obiettivi didattici e correlazioni con i capitoli del libro.

Attività per l'Educazione civica

Proponiamo 6 schede di lavoro fotocopiabili, pronte da distribuire alla classe per svolgere attività, prevalentemente di gruppo, inerenti l'Educazione civica.
Di seguito esplicitiamo, per ogni scheda, finalità, obiettivi didattici e correlazioni con i capitoli del libro.

1. **Probabilità e scommesse**
   Questa attività si può inserire all'interno dell'argomento curricolare che concerne il calcolo delle probabilità, per stimolare la consapevolezza sul gioco d'azzardo. Molte sono le direzioni di sviluppo e alcuni materiali per il lavoro in classe sono disponibili anche nell'Officina matematica del **capitolo A19**, *Un'introduzione al calcolo delle probabilità*. Gli esempi proposti possono fornire anche lo spunto per introdurre qualche nozione di calcolo combinatorio.

2. **Il corretto argomentare: occhi aperti sulla realtà**
   In questa attività si propongono alcune riflessioni sull'uso corretto (o scorretto) delle inferenze logiche nel mondo della pubblicità e della politica. L'insegnante vi si può soffermare dopo aver affrontato il **capitolo A3**, *Gli insiemi e la logica*, utilizzando eventualmente anche i materiali dell'Officina matematica di quel capitolo.

3. **Collegare fenomeni**
   In questa attività si propongono alcune riflessioni su come la Matematica possa aiutare a stabilire rapporti causa-effetto tra alcuni fenomeni. Si introduce in maniera intuitiva il concetto di *correlazione lineare*, per il quale non sarà necessario aver trattato le funzioni lineari o le rette.

4. **Domanda e offerta**
   Questa attività si può proporre contestualmente alla trattazione delle funzioni lineari oppure della retta nel piano cartesiano. Alcuni esercizi si trovano anche nel libro (per esempio, tra gli Esercizi del **capitolo A6** *Relazioni, funzioni e piano cartesiano*).

5. **Prestiti e depositi bancari**
   Questa attività si può proporre contestualmente alla trattazione delle percentuali. In particolare, nel libro si propongono esercizi relativi al tema della capitalizzazione composta in vari capitoli (per esempio, negli esercizi con etichetta "Modelli" del **capitolo A14** *I radicali*). Molto materiale per attività guidate viene proposto nell'Officina matematica del **capitolo A2**, in particolare nella scheda *Aumenti e diminuzioni percentuali*.

6. **Trasferire informazioni (segrete)**
   Questa attività si può proporre in qualsiasi momento con differenti gradi di approfondimento. Si può approfittare per parlare di aritmetica modulare e di numeri primi, ma anche del piccolo teorema di Fermat e di gruppi $\mathbb{Z}_n$. Inoltre, diamo qui solo un semplice esempio di crittografia a chiave asimmetrica, ma se l'insegnante vuole dilungarsi può far fare ricerche ed esercizi sui codici precedenti (Cesare, Vigenère ecc.).

1 Probabilità e scommesse

La chiave per un gioco responsabile è la comprensione della Matematica sottostante una scommessa.
Vedremo qui come il concetto di probabilità in senso classico consenta di comprendere che, in una scommessa, a breve termine ci possono essere vincitori e perdenti, ma a lungo temine è la Matematica che detta le regole.
Nei giochi più comuni, questo implica che se si persevera a giocare "per rifarsi" o "perché la fortuna gira bene" si è destinati alla rovina.

Considera il seguente esempio.
Lanciamo un dado a sei facce e scommettiamo. Se esce 1, A vince 10 € (che gli darà B), se escono gli altri numeri, B vince 2,5 € (che gli darà A).
Mettiamoci nei panni di A e supponiamo di lanciare il dado N volte. Immaginiamo che esca "1" a volte. Allora nel portafoglio di A saranno entrati a volte 10 € e usciti $(N - a)$ volte 2,5 €.
Il suo bilancio sarà (in euro):

$$\alpha = 10a - 2{,}5(N - a)$$

Che cosa succede se si giocano tante partite?
Il numero *a tende* ad avvicinarsi a $\frac{1}{6}$ del totale: questa è una affermazione delicata, ma retta da una legge matematica che si chiama "legge dei grandi numeri". Se fosse precisamente $a = \frac{1}{6}N$, avremmo:

$$\alpha = 10 \cdot \frac{1}{6}N - 2{,}5 \cdot \frac{5}{6}N = -2{,}5 \cdot \frac{1}{6}N$$

Capiamo quindi che, più a lungo si gioca, più a lungo il giocatore A è destinato a perdere.
Ciò che conta, in questa scommessa, è il numero:

$$\alpha = -2{,}5 \cdot \frac{1}{6} \approx -0{,}42$$

che è la somma media (in questo caso, in euro) che il giocatore A perde in ogni partita.
Un gioco viene detto *equo* se il numero α si avvicina a zero quando sale il numero delle giocate, cioè se, continuando a giocare, il giocatore si avvicina al "pareggio di bilancio".

CON I COMPAGNI

1 Analisi di scommesse online

Un'agenzia di scommesse online normalmente accetta scommesse impegnandosi a corrispondere varie quote. Dire che una scommessa è quotata "3" significa che, in caso di vincita, si avrà indietro una somma che è 3 volte la puntata, e quindi si vincerà 2 volte la puntata.
Nel mondo delle agenzie per scommesse c'è anche la Sisal, che è la concessionaria per lo Stato. Con l'aiuto del docente, potete entrare nel sito e verificare quante sono le possibilità di scommessa: tenete presente che, nel 2018, il bilancio della Sisal era in attivo di più di 36 milioni di euro.

2 Lavoro di gruppo

La Sisal è concessionaria per lo Stato anche del SuperEnalotto, un gioco in cui *sembra* che… si vinca sempre! Si giocano 6 numeri, cercando di indovinare quelli che verranno estratti. Si vince sia indovinando 6 numeri, sia indovinandone 5, 4, 3 o anche 2. Il premio per il 6 è variabile e dipende da quante persone hanno giocato, ma puoi farti un'idea della Matematica del gioco considerando il 5.

1. La probabilità di fare 5 è 1/1 235 346.
2. Per 2 € di giocata la vincita è 311 000 €.
3. Che cosa succede se si continua a giocare? Calcola il numero α descritto sopra.

Cerca in Rete il regolamento del SuperEnalotto e stabilisci se è un gioco equo.

■ Per approfondire

Proponiamo le seguenti letture:

Federico Benuzzi, *La legge del perdente. La matematica come vaccino contro l'azzardopatia*, edizioni Dedalo, 2018
Paolo Canova, Diego Rizzuto, *Fate il nostro gioco. Gratta e vinci, azzardo e matematica*, ADD Editore, 2016

2 Il corretto argomentare: occhi aperti sulla realtà

CON I COMPAGNI

1 Esaminate queste situazioni e discutete se il ragionamento proposto è corretto.

a. In un giornale di qualche anno fa era comparsa l'argomentazione seguente:
- se non prestiamo alle banche 700 milioni di dollari, il mercato congelerà;
- se il mercato congela, l'economia sarà danneggiata;
- quindi, se prestiamo alle banche 700 milioni di dollari, l'economia non subirà danni.

b. Nel modo di dire «Sopra la panca la capra campa, sotto la panca la capra crepa» la seconda parte è inutile: è chiaro che se la capra campa se sta sopra la panca, allora crepa se sta sotto.

c. Il politico A dice che se daremo retta a B l'accordo sarà trovato. Però non si dà retta a B, quindi l'accordo non è trovato.

d. L'uomo sbarcherà su Marte solo se nel prossimo secolo verranno investiti molti soldi nella ricerca scientifica. Questo vuol dire che, se non andremo su Marte, sarà perché non abbiamo investito molti soldi nella ricerca.

2 Leggete la storiella che segue e rispondete insieme alle domande.

Uno scrittore, un geografo e un matematico stanno viaggiando in auto nelle colline toscane quando dal finestrino vedono una mucca marrone. «Ma guarda un po'» – dice lo scrittore – «Tutte le mucche toscane sono marroni!». «Ma no» – ribatte il geografo – «qualche mucca toscana è marrone».
«Ma che dite! In Toscana esiste almeno un campo che contiene almeno una mucca che ha almeno un lato marrone», conclude il matematico con aria di superiorità.
Quale posizione vi sembra verosimile?
Quale vi sembra logicamente corretta?

3 Leggete e confrontatevi.

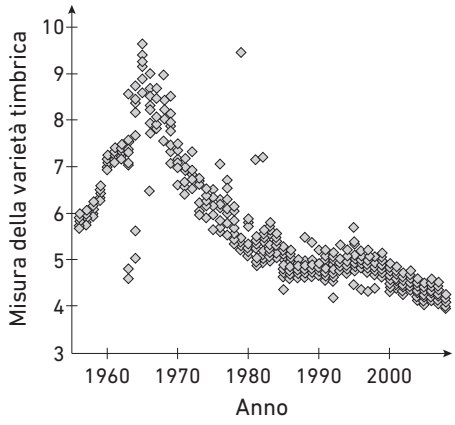
Tempo fa su un giornale si leggeva:
Ognuno di noi ha due genitori e quattro nonni. Poiché tra due generazioni passano mediamente 25 anni, possiamo dedurre che cinquanta anni fa gli abitanti della Terra erano quattro volte quelli di oggi.
Che cosa ne pensate del ragionamento?

3 Collegare fenomeni

Con i compagni

1 Leggete e riflettete insieme.

Alzi la mano chi non ha mai sentito dire una frase del genere dai genitori o dai nonni:
«La musica dei miei tempi era molto migliore!»
«La musica al giorno d'oggi è solo chiasso.»
«Questi cantanti moderni: urlano sempre…»
La questione si può analizzare con idonei strumenti matematici. Ad esempio, il grafico in figura (tratto da uno studio pubblicato nel 2012)[1], analizza per un certo numero di brani la varietà dei timbri musicali utilizzati.
Dopo aver analizzato la figura, che cosa sei costretto a concludere circa l'opinione dei tuoi genitori o dei tuoi nonni?



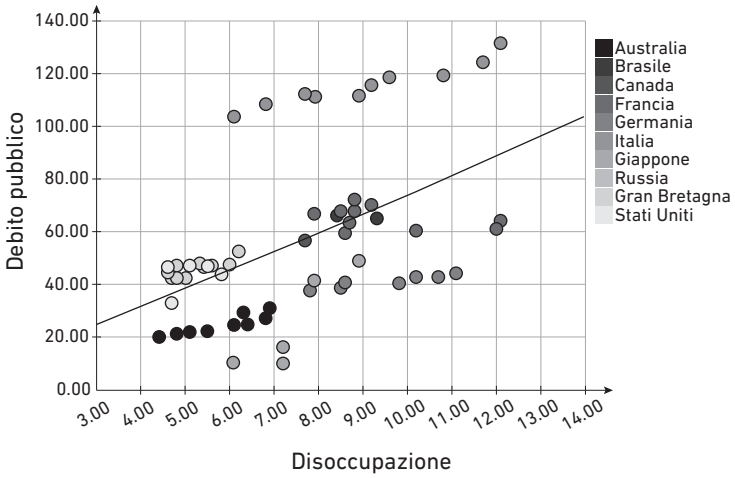
2 Fate una ricerca e confrontatevi sui risultati.

Cercate il più recente *Ocean State Report* prodotto dal Copernicus Marine Service nell'ambito del progetto europeo Copernicus. Vi si trova, in particolare, un diagramma dal titolo *Northern Hemisphere Sea Ice Extent* che riporta i dati relativi all'estensione del ghiaccio marino artico negli ultimi 25 anni circa.
Quale tipo di ipotesi si può fare circa l'evoluzione dei ghiacci artici?

3 Osservate il diagramma e rispondete.

Il diagramma in figura è riferito al periodo 1998-2007: in ascissa troviamo la percentuale di disoccupati di un Paese e in ordinata la percentuale del debito pubblico riferita al PIL (Prodotto interno lordo).

a. Descrivi a parole a che cosa corrispondono le collocazioni nell'angolo in alto a destra del diagramma e nell'angolo in basso a sinistra.
b. Che cosa sembra indicare il diagramma?



4 Realizzate insieme un grafico e riflettete.

La tabella che segue dà il numero di utenti (in milioni) di due importanti social network, che chiamiamo A e B, nel corso di alcuni trimestri. Distribuite i dati in un diagramma, in questo modo: per ogni trimestre, segnate un punto sul grafico che abbia per ascissa il numero di utenti del social network A e per ordinata quello degli utenti del social network B. Potete lavorare con carta e penna o con un foglio di calcolo.
È possibile inferire una *correlazione* tra i due numeri?

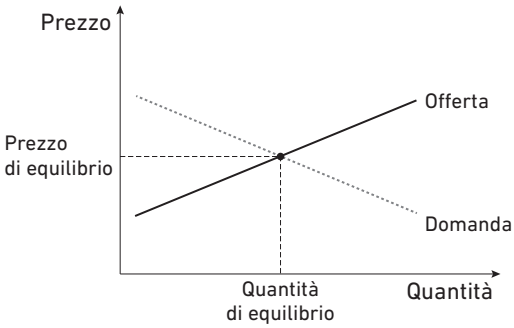
	Trimestre									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Utenti social network A	30	40	49	54	68	85	101	117	138	151
Utenti social network B	431	482	550	608	680	739	800	845	901	955

1 Serrà, J., Corral, Á., Boguñá, M. et al. *Measuring the Evolution of Contemporary Western Popular Music*. Sci Rep 2, 521 (2012). https://doi.org/10.1038/srep00521

4 Domanda e offerta

Sappiamo tutti che, se un bene è raro, il suo prezzo può aumentare anche sensibilmente. Nella primavera del 2020, ad esempio, durante la prima fase dell'epidemia da Covid-19, le mascherine chirurgiche avevano decuplicato il loro prezzo rispetto all'anno precedente.
Se, viceversa, un certo bene è disponibile in grandi quantità, il suo prezzo tende a diminuire.

Il modello più semplice che utilizzano gli economisti è il seguente.
Nel piano cartesiano si pone in ascissa il numero di esemplari di un certo bene (libri, dischi, magliette, mele ecc.) e in ordinata il prezzo unitario di quel bene.
Si definisce poi il **prezzo di domanda**, che è il prezzo che un soggetto è disposto a pagare in relazione al quantitativo di beni presenti sul mercato. In generale, più questo quantitativo è basso (e cioè il bene è raro), più sale il prezzo che un utente è disposto a pagare.



Si definisce infine il **prezzo di offerta**, che è il prezzo a cui un bene deve essere venduto in relazione al quantitativo che è sul mercato. In certe condizioni, il bene deve essere venduto ad un prezzo che si alza quando il numero dei beni è alto perché, per una legge dell'economia (valida solo in certe circostanze), ciò che si guadagna su un singolo pezzo decresce quando il numero di pezzi prodotti diventa molto alto.
Nella figura vedi la situazione più semplice possibile, ovvero quella in cui le dipendenze dei prezzi di domanda e offerta dal numero di beni disponibili sono rappresentate da rette. Il punto in cui si incontrano domanda e offerta si chiama **punto di equilibrio del mercato**.

PROVA TU

1 Supponi che, nel mercato alimentare, i prezzi di domanda e offerta del grano siano le seguenti funzioni della quantità di grano sul mercato, che indichiamo con g:

$D(g) = 1500 - 5g$

$O(g) = 600 + 4g$

dove g è espresso in quintali e D e O in €/quintale.

a. Disegna il grafico delle due rette nel piano cartesiano: poni in ascissa i quintali di grano e in ordinata il prezzo al quintale;

b. Individua il prezzo di equilibrio del mercato.

2 Una grande pizzeria di Roma registra seguenti dati medi.

Prezzo unitario di vendita	Numero di pizze richieste	Numero di pizze da produrre per garantirsi un ricarico idoneo
5	130	78
6	120	80
7	100	82
8	70	84
9	50	86
10	30	88

a. Traccia un opportuno diagramma cartesiano nel quale riportare i dati.

b. Le curve di domanda e offerta sono rettilinee? Qual è, approssimativamente, il punto di equilibrio?

5 Prestiti e depositi bancari

IDEE A CONFRONTO **Dopo aver risposto alle seguenti domande, discutete in classe delle risposte date.**

Martina ha trovato in un libro questa "ricetta":

- Per calcolare gli *interessi semplici* di una somma S al tasso i% per n anni si deve fare:

  $S \cdot i/100 \cdot n$

- Per calcolare gli *interessi composti* di una somma S al tasso i% per n anni si deve fare:

  $S(1 + i/100)^n$

1. Supponi di aver investito 100 € per tre anni al tasso del 2%. Calcola gli interessi semplici e quelli composti. Con l'aiuto di una calcolatrice, calcola poi gli interessi per 20 anni: la differenza tra le due tipologie è rilevante?
2. Calcola la differenza di interessi composti che si ha investendo 100 euro per 10 anni all'1% oppure al 3%.
3. Con l'aiuto dell'insegnante, spiega perché le due formule trovate da Martina sono diverse.
4. Documentati in Rete su che cos'è la *regola del 72*.

6 Trasferire informazioni (segrete)

Quando scrivi per la prima volta un messaggio con la più nota app di messaggistica istantanea, vedi comparire una dicitura simile a questa:

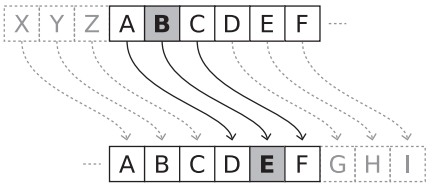
> I messaggi sono crittografati end-to-end. Nessuno al di fuori di questa chat può leggerli o ascoltarli.

Di che cosa si tratta? Se dai un'occhiata al documento *WhatsApp Encryption Overview*, reperibile in Rete, ti troverai immerso in una spiegazione tecnica abbastanza dettagliata.
Il problema è antico e molto semplice: com'è possibile trasmettere un messaggio ad un "amico" senza che qualcun altro – il "nemico" – ne intercetti il contenuto?

Se lo chiedeva già Giulio Cesare, che inventò il *codice di Cesare* per mandare ordini ai suoi generali; e ci rimise la vita Maria Stuarda, che pensava nessuno leggesse i messaggi criptati che dalla Torre di Londra mandava a coloro che cospiravano insieme a lei per uccidere la sorellastra Elisabetta.

Dei modi di codificare messaggi è importante comprendere due punti fondamentali.

1. Per molti secoli si è criptato stabilendo un modo fisso di cambiare le lettere dell'alfabeto. Codici di questo tipo si chiamano *monoalfabetici* perché utilizzano, appunto, un unico alfabeto. Un esempio elementare è proprio il codice di Cesare, che consiste in uno spostamento di un certo numero di posti (k) di ciascuna lettera. Con il codice di Cesare, per $k = 3$ (in figura), la parola CIAO diventa FNDR.



Il codice di Cesare non è difficile da decifrare perché, se la frase è abbastanza lunga, si possono fare semplici ipotesi sulla struttura delle parole: dove sono le vocali, quali lettere possono essere doppie, quali possono essere le eventuali parole di tre lettere ecc. Con questo tipo di analisi di tipo linguistico, non è difficile risalire al testo in chiaro.

CON I COMPAGNI **Divisi in gruppi, fate alcune prove sfidandovi nella decrittazione con il codice di Cesare.**

2. Per evitare di farsi scoprire attraverso le regolarità del linguaggio, nel XVII secolo comparvero i cifrari polialfabetici. Il più famoso è quello di Vigenère, che si può considerare una generalizzazione del cifrario di Cesare. Invece di spostare una lettera sempre dello stesso numero k di posti, ogni lettera viene spostata di un numero di posti variabile, che si ripete in base a una **parola chiave** concordata tra mittente e destinatario. Facciamo un esempio. Per crittare la parola "certamente" con la chiave "ciao" possiamo scrivere:

c	e	r	t	a	m	e	n	t	e
c	i	a	o	c	i	a	o	c	i

E dunque:
- la prima "c" verrà crittata con un alfabeto che fa corrispondere la a alla c (prima lettera di ciao);
- la lettera "e" verrà crittata con un alfabeto che fa corrispondere la a alla i (seconda lettera di ciao);
- la lettera "r" verrà crittata con un alfabeto che fa corrispondere la a alla a (terza lettera di ciao), e così via.

CON I COMPAGNI **Divisi in gruppi, fate alcune prove sfidandovi nella decrittazione con il codice di Vigenère. In una prima fase, utilizzate come chiave una parola scelta in una lista di cinque. Fate poi una prova con una parola chiave scelta a caso.**

Come avete probabilmente sperimentato nell'attività precedente, i codici polialfabetici sono difficili da decifrare. Godettero infatti di grande fortuna: quello di Vigenère fu addirittura detto *ciffre indecifrable*.
In effetti, nel XIX secolo fu chiaro che la sicurezza di un cifrario del genere era tutta nella chiave, che doveva essere molto lunga e doveva essere tenuta assolutamente segreta. Ma scambiarsi una chiave lunga quasi come un messaggio poneva problemi di segretezza simili a quelli dello scambio del messaggio!

Fu per risolvere questo problema che i tedeschi decisero di costruire una macchina cifrante in grado, attraverso dei rulli di cui si poteva cambiare la posizione, di cambiare chiave spesso. Si tratta – l'avrete intuito – della famosa macchina *Enigma* (in figura), che dette molto filo da torcere agli inglesi durante la Seconda guerra mondiale. Affinché questi ultimi la spuntassero, ci volle tutto l'ingegno di un team di linguisti e matematici e il genio di Alan Turing, che seppe affidare a una macchina (un primo computer rudimentale) la mole di lavoro necessaria a svelare i piani del nemico.
La forza del codice Enigma stava nel fatto che i tedeschi arrivarono ad avere 159 miliardi di miliardi di chiavi, che cambiavano molto spesso. Per decifrare un codice gli analisti inglesi impiegavano troppo tempo: nel frattempo i tedeschi avevano già cambiato la chiave, e ciò rendeva vani gli sforzi.
Ma alla fine il codice crollò per due ragioni: da un lato, i linguisti – dall'analisi dei messaggi già noti – riuscivano ogni giorno a ridurre moltissimo il numero delle possibilità; dall'altro, le possibilità rimanenti venivano gestiti dalla macchina di Turing, che faceva tentativi a una velocità molto superiore a quella delle persone.

La svolta impressa da Turing si basò sul fatto che decifrare un messaggio segreto, da qualche tempo, era diventato un problema di Matematica. La Matematica entra in gioco nel problema dei messaggi segreti perché le lettere, nella moderna crittografia, vengono identificate con il posto che occupano nell'alfabeto e la crittazione altro non è che una corrispondenza (invertibile) tra numeri e numeri. Fu grazie a questo passaggio che Turing poté *insegnare* alla sua macchina a decifrare i messaggi tedeschi.

Con l'avvento dei calcolatori, fu chiaro a tutti che la strada intrapresa fino ad allora, ossia quella di aumentare il numero di chiavi utilizzate e la loro complessità, non avrebbe avuto successo: una macchina riesce a fare numerosissimi tentativi in poco tempo e quindi a provare moltissime chiavi fino a trovare quella corretta.
Fu per questo che negli anni '70 si fece strada l'idea di una ***crittografia asimmetrica***.

Illustriamola con un esempio classico.

Se Alice chiude un messaggio in uno scrigno con un lucchetto e lo manda a Bob, quest'ultimo per aprire lo scrigno deve avere la chiave. Ma se Bob, invece di tentare di aprire, mettesse lui un altro lucchetto e rimandasse ad Alice lo scrigno, ella potrebbe togliere il suo lucchetto (usando la sua chiave) e rimandare indietro lo scrigno che sarebbe ancora sicuro. Una volta ricevuto lo scrigno per la seconda volta, Bob potrebbe togliere il suo lucchetto (con la sua chiave) e leggere ciò che c'è dentro. Questo modo di ragionare dà luogo a una ***crittografia asimmetrica*** e trova una concretizzazione in un metodo matematico che si chiama **RSA**.

Per poter parlare di RSA dobbiamo comprendere una cosa fondamentale. I numeri in crittografia indicano le lettere (ad esempio dell'alfabeto italiano) e pertanto sono numeri da 0 e 20: quando si fa un'operazione che trasforma la stringa di numeri del messaggio in chiaro in quella del messaggio cifrato, tutti i numeri finali devono essere numeri tra 0 e 20. L'idea è di sfruttare una sorta di *ciclicità*. Ad esempio, se l'operazione di crittazione è quella del codice di Cesare con chiave $k = 3$, la lettera 19 va nella lettera $19 + 3 = 22$, che non esiste. Ma è chiaro che vogliamo "riazzerare l'alfabeto" a 20: per noi la lettera 22 è la lettera 2, ossia il *resto della divisione di 22 per 20* (vedi anche nella sezione Officina matematica di questa Guida, **capitolo A1**, Officina matematica, *Ambienti numerici finiti*).

Vediamo ora come funziona RSA, il codice inventato nel 1977 da Ronald Rivest, Adi Shamir e Leonard Adleman del MIT di Boston e ancora oggi alla base di tutti i passaggi di informazioni su Internet.

Immaginiamo che Bob voglia comunicare il numero della sua carta di credito a un sito di e-commerce che chiamiamo **A**:

1. **A** sceglie due numeri primi, ad esempio $p = 5$ e $q = 7$ e calcola il loro prodotto $N = pq = 35$ (in realtà in numeri primi sono grandissimi);
2. **A** calcola anche il prodotto $k = (p - 1)(q - 1)$; nel nostro caso $k = 4 \cdot 6 = 24$;
3. **A** sceglie un numero d primo con k, ad esempio $d = 5$;
4. **A** comunica a tutti la **chiave pubblica** $(N; d)$, cioè, nel nostro esempio $(35; 5)$;
5. **A** sceglie privatamente un numero E tale che dividendo dE per k si abbia resto 1. Nel nostro esempio, dobbiamo scegliere E in modo tale che $5E$ diviso 24 dia resto 1. Si può scegliere $E = 5$ oppure $E = 21$. Il numero E si chiama **chiave privata**;
6. Bob vuol crittare la prima cifra della sua carta di credito che è 9. Per prima cosa calcola 9^d, cioè, nel nostro esempio, $9^5 = 59\,049$;
7. Poi Bob calcola il resto della divisione di 9^5 per N, cioè per 35. Nel nostro esempio il resto è 4;
8. Bob comunica ad **A** il numero 4;
9. **A** prende il numero 4 e lo eleva a potenza usando come esponente la chiave privata E, nel nostro esempio $E = 5$ e dunque $4^5 = 1024$;
10. Infine, **A** calcola il resto della divisione per N, cioè della divisione per 35. Il numero ottenuto è proprio la prima cifra della carta di credito di Bob!

CON I COMPAGNI **Divisi in gruppi:**

a. **verificate l'affermazione al punto 10 della procedura precedente;**
b. **provate a scambiarvi un messaggio (breve!) usando la tecnica RSA;**
c. **se volete conoscere le basi matematiche che fanno funzionare l'algoritmo RSA, effettuate una ricerca in Rete cercando il *Piccolo Teorema di Fermat*.**

Per approfondire

Proponiamo la seguente lettura:

Simon Singh, *Codici & segreti. La storia affascinante dei messaggi cifrati dall'antico Egitto a Internet*, BUR, 2018

… e la visione dei seguenti film:

Enigma, 2001(regia di Michael Apted)

The Imitation Game, 2014 (regia di Morten Tyldum)