



ESERCIZIO SVOLTO

Studio di un modello ondulatorio a partire dal suo grafico

- ▶ Verificare che una funzione soddisfi le condizioni imposte da un problema.
- ▶ Studiare una funzione trigonometrica in gradi e non in radianti.
- ▶ Trovare con la calcolatrice massimi, minimi, intersezioni tra funzioni.

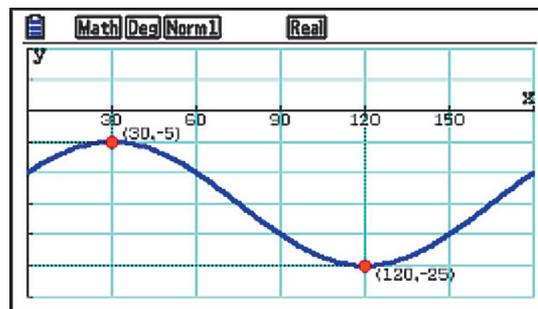
La durata dell'anno del pianeta Goniog, nel sistema solare di Angolis, è di 180 giorni.

Un'astronave di cosmonauti giunge sul pianeta e rileva l'andamento delle temperature medie sulla superficie del pianeta, espresse in °C, durante il suo anno solare.

Il grafico ottenuto è quello in figura e segue un andamento del tipo:

$$T(t) = A \operatorname{sen}(\omega t + \varphi) + B$$

- a. Determina i parametri A , ω , φ , B osservando il grafico e stabilisci qual è la temperatura il primo giorno dell'anno.
- b. Trova i giorni dell'anno in cui la temperatura è inferiore a -15 °C.



SOLUZIONE

- a. Cominciamo con l'osservare che sull'asse delle ascisse sono riportati i giorni dell'anno solare del pianeta, con valori che vanno da 0 a 180. È pertanto opportuno scegliere di rappresentare la variabile indipendente utilizzando come unità di misura degli angoli, espressi in gradi e non in radianti.

Osservando il grafico possiamo dedurre quanto segue:

- La funzione assume valori compresi tra -25 e -5 , con un'estensione pari a 20. Quindi l'ampiezza vale $A = 10$. Inoltre la funzione data, rispetto alla funzione seno, è traslata di un vettore $\vec{v}(0; -15)$, da cui $B = -15$.
- L'intervallo sull'asse delle ascisse che separa i punti di massimo e di minimo è di 90 unità. Quindi, il periodo della funzione è $T = 180$ (come ci attendiamo, essendo l'anno di Goniog di 180 giorni). Questo ci permette di trovare la pulsazione $\omega = \frac{360}{T} = \frac{360}{180} = 2$.
- Per trovare il valore dello sfasamento φ osserviamo che a tempo $t = 0$ giorni la funzione assume valore -10 . Quindi possiamo scrivere: $T(0) = 10 \operatorname{sen} \varphi - 15 = -10$, da cui ricaviamo $10 \operatorname{sen} \varphi = 5$, ossia $\varphi = 30^\circ$.

La funzione richiesta è dunque: $T(t) = 10 \operatorname{sen}(2t + 30^\circ) - 15$.

Abbiamo già osservato che per $t = 0$ giorni la funzione temperatura vale -10 °C.

Lo possiamo anche trovare nuovamente calcolando $T(0) = 10 \operatorname{sen} 30^\circ - 15 = -10$.

- b. Possiamo determinare i giorni in cui la temperatura è inferiore a -15 °C risolvendo la disequazione:

$$T(t) = 10 \operatorname{sen}(2t + 30^\circ) - 15 < -15 \quad \Leftrightarrow \quad \operatorname{sen}(2t + 30^\circ) < 0$$

Se poniamo $\alpha = 2t + 30^\circ$, possiamo risolvere $\operatorname{sen} \alpha < 0$ nell'intervallo $[0, 360^\circ)$, che ci dà $180^\circ < \alpha < 360^\circ$, cioè $180^\circ < 2t + 30 < 360^\circ$, ossia $75^\circ < t < 165^\circ$.

Tornando al nostro problema, la temperatura è inferiore a -15 °C tra il 76° e il 164° giorno.



SOLUZIONE CON LA CALCOLATRICE GRAFICA

- a. Entriamo nel menu **GRAFICI** e digitiamo nel primo slot la funzione $Y1 = 10 \sin(2x + 30) - 15$.

Con la sequenza **SHIFT** e poi **MENU** entriamo nel SET-UP e, scorrendo col cursore, ci posizioniamo su **ANGLE**. Selezioniamo con **F1(DEG)** la misura degli angoli in gradi.

Quindi, confermiamo con **EXE**.

Con il comando **EXE** rappresentiamo la funzione, ma quando compare il grafico ci accorgiamo che con le impostazioni di default non è visibile nulla. Allora modifichiamo la finestra di visione col tasto **F3(V-Window)**.

Selezioniamo i valori delle x tra 0 e 180 con una scala di 30 i valori della y tra -30 e 10 con una scala di 5, posizionandoci sulle varie voci, digitando i valori desiderati e confermando con **EXE**.

Con **EXE** confermiamo la scelta operata

Diamo nuovamente il comando **EXE** per rappresentare la funzione in una finestra con il piano cartesiano che ha come estremi degli assi i valori impostati.

Con **F5(G-Solv)** calcoliamo le coordinate del massimo della funzione tramite il comando **F2(MAX)**. Con il pulsante **EXE** possiamo anche visualizzarne le coordinate sul grafico. Poi ripetiamo analogamente per il minimo con il comando **F3(MIN)**.

In questo modo possiamo verificare la corrispondenza tra il grafico assegnato e la funzione trovata.

Verifichiamo ora che la temperatura nel primo giorno dell'anno sia -10°C .

A tale scopo, cerchiamo l'intersezione della curva con l'asse y , utilizzando il comando **F5(G-Solv)** seguito da **F4(Y-ICEPT)**.

- b. Controlliamo il risultato che abbiamo trovato, usando la calcolatrice grafica: dobbiamo verificare che la funzione è minore di 15 per valori di x compresi tra 75 e 165. Torniamo al menu grafici, mediante il pulsante **EXIT**, e inseriamo nel secondo slot la funzione $Y2 = -15$. La rappresentiamo dando il comando **EXE**.

Troviamo le intersezioni tra $Y1$ e $Y2$ con la sequenza **F5(G-Solv)** e poi **F5(INTSECT)**. Dando poi il comando **EXE** visualizziamo le coordinate dei punti di intersezione, che sono $(75; -15)$ e $(165; -15)$.

Osserviamo dal grafico che la funzione $Y1$ (temperatura sul pianeta) "sta sotto" la retta $Y2$ (temperatura pari a -15°C) nel periodo compreso tra i valori 75 e 165, a conferma dei calcoli fatti.

