

Collaborazione



Ognuno di noi ha bisogno di avere degli amici, di far parte di un gruppo, di sentirsi accettato dagli altri, di condividere idee, di dare e ricevere aiuto.

Questi bisogni sono sentiti anche dai matematici di tutto il mondo, i quali formano una grande comunità e riescono a lavorare insieme anche se parlano lingue diverse.

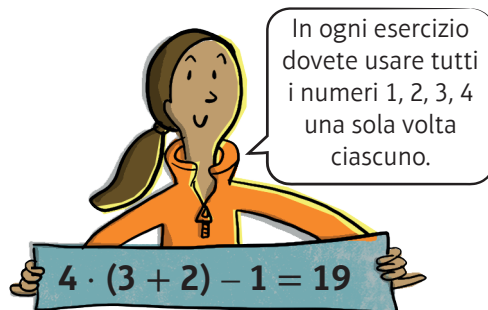
Per ottenere i risultati migliori è sempre meglio collaborare che competere. Ed è anche più divertente!

ATTIVITÀ CON I NUMERI 1, 2, 3, 4

Come puoi vedere qui sotto, Katia ha trovato il modo di usare i quattro numeri 1, 2, 3, 4, le quattro operazioni aritmetiche e le parentesi per ottenere il numero 19.

Con l'aiuto dell'insegnante, lavorate tutti insieme per rispondere alle seguenti domande.

1. Utilizzando i numeri 1, 2, 3, 4, i segni delle quattro operazioni, +, -, ×, : ed eventualmente le parentesi, siete capaci di ottenere tutti i numeri interi compresi fra 0 e 10? Cercate un'espressione per ogni numero.
2. Scegliete le soluzioni più interessanti e riportatele in una tabella.



ATTIVITÀ UNITI SI VINCE: UNA FIGURA CON GLI STECCHINI

1. Formate un gruppo di 3 alunni.
2. Fotocopiate questa pagina, ritagliate le 6 schede e prendetene due a testa.
3. Ciascuno di voi riceve solo una parte delle informazioni che servono per risolvere un unico problema, che consiste nel costruire una figura con gli stecchini.
4. Condividete le informazioni e collaborate per realizzare il compito insieme.



Una figura con gli stecchini Scheda 1

Una figura geometrica è formata da 16 stecchini uguali. Gli stecchini non si sovrappongono.

Il compito del tuo gruppo è di costruire la figura.

Una figura con gli stecchini Scheda 2

Nella figura c'è un rettangolo il cui perimetro è formato da 12 stecchini.

Il compito del tuo gruppo è di costruire la figura.

Una figura con gli stecchini Scheda 3

Nella figura c'è un triangolo.

Il compito del tuo gruppo è di costruire la figura.

Una figura con gli stecchini Scheda 4

Il triangolo che si trova nella figura è equilatero.

Il compito del tuo gruppo è di costruire la figura.

Una figura con gli stecchini Scheda 5

Il triangolo e il rettangolo hanno un lato in comune.

Il compito del tuo gruppo è di costruire la figura.

Una figura con gli stecchini Scheda 6

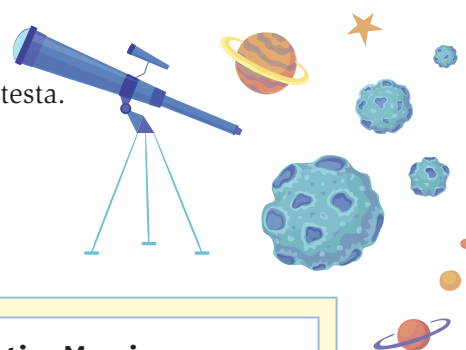
Quattro degli stecchini che formano il triangolo sono all'interno del rettangolo.

Il compito del tuo gruppo è di costruire la figura.

(Adattato da: Tim Erickson, *Get it together, EQUALS*, 1989)

PER L'ECCELLENZA UNITI SI VINCE: ARITMETICA MARZIANA

1. Formate un gruppo di 3 alunni.
2. Fotocopiate questa pagina, ritagliate le 6 schede e prendetene due a testa.
3. Ciascuno di voi ha solo una parte delle informazioni che servono per risolvere il problema.
4. Condividete le informazioni e collaborate per realizzare il compito insieme.


**Aritmetica Marziana
Scheda 1**

Nella lingua marziana, Σ significa 4 (quattro).

In marziano, l'ordine delle cifre non importa, perciò, per esempio:

$$\Sigma \odot = \odot \Sigma$$

Il compito del tuo gruppo è trovare il modo più breve per scrivere 25 in Marziano.

**Aritmetica Marziana
Scheda 2**

Per aggiungere i numeri in marziano basta scriverli uno di seguito all'altro.

Per esempio, la seguente espressione:

$$\mathcal{N} \mathcal{N} = \Sigma$$

indica l'addizione di $\mathcal{N}$ e $\mathcal{N}$, che dà come risultato Σ .

Il compito del tuo gruppo è trovare il modo più breve per scrivere 25 in Marziano.

**Aritmetica Marziana
Scheda 3**

In marziano, ci sono diversi modi di scrivere alcuni numeri.

Per esempio:

$$\odot = \Sigma \Sigma = \mathcal{N} \mathcal{N} \mathcal{N} \mathcal{N}$$

è lo stesso numero scritto in tre modi diversi.

Il compito del tuo gruppo è trovare il modo più breve per scrivere 25 in Marziano.

**Aritmetica Marziana
Scheda 4**

I marziani scrivono le sottrazioni usando il segno – (meno).

Per esempio:

$$\mathcal{N} - \square = \square$$

è una sottrazione scritta in marziano.

Il compito del tuo gruppo è trovare il modo più breve per scrivere 25 in Marziano.

**Aritmetica Marziana
Scheda 5**

Ecco tre modi di scrivere 18 in marziano:

$$\blacktriangle \mathcal{N} = \odot \odot \mathcal{N} = \odot \square \odot \square$$

Il compito del tuo gruppo è trovare il modo più breve per scrivere 25 in Marziano.

**Aritmetica Marziana
Scheda 6**

Ecco le prime 5 cifre del sistema di numerazione marziano, ma attenzione, non sono scritte in ordine:

$$\mathcal{N} \Sigma \blacktriangle \square \odot$$

Con queste 5 cifre si possono scrivere tutti i numeri da 1 a 31.

Il compito del tuo gruppo è trovare il modo più breve per scrivere 25 in Marziano.

ATTIVITÀ CREATE UN VIDEO: UNA CALCOLATRICE SPECIALE

Prima parte

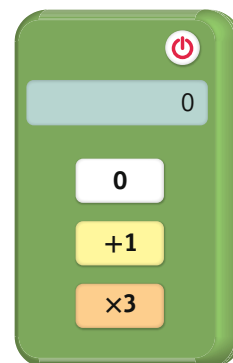
Immaginate di avere una calcolatrice che ha solo 3 tasti:

0 **+1** **×3** oltre al tasto ON/OFF.

- Il tasto **0** cancella quanto scritto sul visore e vi scrive il numero 0.
- Il tasto **+1** aggiunge 1 al numero scritto sul visore.
- Il tasto **×3** moltiplica per 3 il numero scritto su visore.

Per esempio, se sul visore è scritto 19 e voi premete **+1** ottenete 20.

Se poi premete **×3**, ottenete 60.



- a. Verificate che premendo in sequenza i tasti **0** **+1** **+1** **×3** **+1** **×3** si ottiene 21.
- b. Verificate che premendo in sequenza i tasti **0** **×3** **+1** **×3** **+1** **+1** si ottiene 5.

Seconda parte

- a. Scoprite come si può ottenere 30 premendo esattamente 6 tasti. Quali tasti si devono premere e in quale sequenza?
- b. Come si può ottenere 300 premendo il minor numero di tasti possibile?
- c. Realizzate un video in cui spiegate questo problema e illustrate come lo avete risolto.
- d. Mostrate il video alla vostra classe.

ATTIVITÀ CREATE UN VIDEO: LE REGOLE PEMDAS

PEMDAS (**P**arentesi, **E**sponenti, **M**oltiplicazioni, **D**ivisioni, **A**ddizioni, **S**ottrazioni) è un *acrònimo* per ricordare l'ordine in cui bisogna svolgere le operazioni di un'espressione aritmetica. Però... le calcolatrici seguono le regole PEMDAS?

Prima parte

- a. Risolvete “a mano” e con una calcolatrice le seguenti espressioni.
- b. Registrate i risultati in una tabella come questa.

Espressione aritmetica	Valore calcolato “a mano”	Valore calcolato con una calcolatrice	Tipo di calcolatrice (marca, modello o app)
$12 - 6 \times 2 + 1$			
$3 \times 8 : 2 \times 4$			
$10 - 8 : 2^2$			
$10 : 2 \times (4 + 1)$			
$10 : 2(4 + 1)$			

Seconda parte

- a. Confrontate i risultati ottenuti “a mano” con quelli ottenuti da una o più calcolatrici.
- b. Cercate di spiegare perché, in certi casi, alcune calcolatrici non seguono la regola PEMDAS.
- c. Realizzate un breve video in cui illustrate le regole PEMDAS e date qualche consiglio per risolvere le espressioni aritmetiche con l'aiuto della calcolatrice.
- d. Mostrate il video alla vostra classe.

ATTIVITÀ LAVORO DI SQUADRA

1. Formate una squadra di 4 o 5 alunni.
2. Fotocopiate questa pagina e prendetene una copia a testa. Ci sono 5 problemi da risolvere.
3. Organizzatevi per risolvere i problemi collaborando tra voi. Consegnate le soluzioni all'insegnante e spiegate come vi siete organizzati.

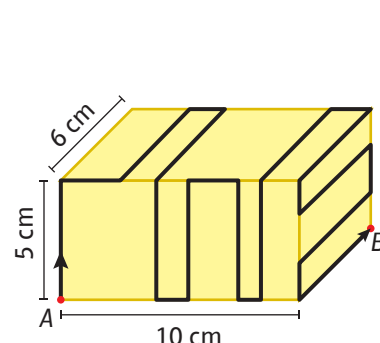
Problema 1. La formica sulla scatola

Nella figura vedete una scatola di dimensioni 10 cm × 5 cm × 6 cm.

Una formica cammina sulla superficie della scatola dal punto A al punto B lungo il percorso segnato con la linea nera.

Quanti centimetri è lungo il percorso della formica?

(Kangourou Italia Ecolier, 2020)

**Problema 2. Montagne e stecchini**

Michele costruisce una fila di montagne con gli stecchini, come illustrato nella figura qui sotto.

- a. Quanti stecchini servono per costruire una fila di 10 montagne?
- b. E per costruire una fila di 2021 montagne?

**Problema 3. Addizione misteriosa**

Nell'addizione a lato, le lettere A, B, C e D rappresentano quattro cifre diverse fra loro.

Che numero è CDAB?

$$\begin{array}{r} \text{A B B} + \\ \text{A B B} = \\ \text{C D B A} \end{array}$$

(Adattato da: Kangourou Italia Ecolier, 2018)

Problema 4. Distanze

Viaggiando su una strada statale si incontrano nell'ordine quattro città che chiameremo A, B, C e D.

Se la distanza tra A e D è 160 km, quella tra C e A è 98 km e quella tra B e D è 115 km, quanti chilometri dista B da C?

(Kangourou Italia Ecolier, 2016)

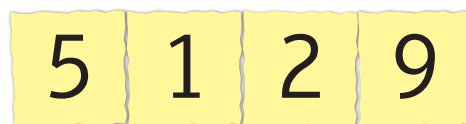
Problema 5. Differenza massima

Sul tavolo ci sono quattro foglietti, sui quali sono scritte rispettivamente le cifre 5, 1, 2, 9. I foglietti sono disposti in fila in modo da formare il numero 5129, come mostrato nella figura. Alice scambia fra loro due cifre del numero ottenendo un nuovo numero.

Poi, Gianni scambia due cifre del numero ottenuto da Alice.

Quale può essere, al massimo, la differenza fra il numero ottenuto da Alice e quello ottenuto da Gianni?

(Adattato da: Kangourou Italia Ecolier, 2015)





Per approfondire

La congettura di Goldbach

Una **congettura matematica** è una proposizione che i matematici ritengono probabilmente vera, della quale però non è stata ancora trovata una dimostrazione.

Il matematico tedesco **Christian Goldbach**, vissuto nel 1700, fece la seguente congettura:

Qualsiasi numero pari maggiore di 2 si può ottenere come somma di due numeri primi.

Per esempio:

$$4 = 2 + 2$$

I numeri primi possono essere uguali.

$$6 = 3 + 3$$

$$8 = 5 + 3$$

$$10 = 5 + 5 = 7 + 3$$

Un numero pari si può ottenere in più modi distinti.

La congettura di Goldbach è facile da verificare per numeri sempre più grandi ma i matematici **non sono ancora riusciti a dimostrare** che è vera per **tutti** i numeri pari, che sono infiniti.

Ricorda

- I **numeri naturali** formano una sequenza che **inizia con lo 0** e procede addizionando a ogni passo **una unità** al numero precedente.
numeri naturali $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$
- I **numeri pari** sono quelli divisibili per 2.
numeri pari $= \{0, 2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$
- I **numeri dispari** sono quelli **non pari**, cioè **non** divisibili per 2.
numeri dispari $= \{1, 3, 5, 7, 9, 11, \dots\}$
- I **numeri primi** sono quei numeri naturali maggiori di 1 divisibili solo per 1 e per se stessi.
numeri primi $= \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, \dots\}$

Nota che:

- il numero 1 non è primo;
- il numero 2 è l'unico numero pari che sia anche primo.

Test della congettura di Goldbach da 4 a 100

Il compito per tutta la classe è quello di verificare **nel più breve tempo possibile** che ogni numero pari da 4 a 100 si può ottenere come somma di due numeri primi (eventualmente in più modi).

Scrivete i risultati del test in una tabella.

Potete usare:

- tavola dei numeri primi;
- calcolo mentale;
- calcolatrici;

Come vi siete organizzati?

L'angolo della riflessione



La comunità dei Pitagorici

La prima comunità di matematici “europea” fu fondata da Pitagora, a Crotone (Calabria) nel 530 a.C. Alla comunità dei Pitagorici erano ammessi uomini e donne con gli stessi diritti e non esistevano schiavi. Un valore fondamentale della vita presso i pitagorici era l'amicizia. In un mondo dove tutti sono veri amici non esiste la competizione ma solo la collaborazione.

La leggenda di Damone e Finzia ci fa ben capire l'importanza dell'amicizia. È ambientata a Siracusa nel IV secolo a.C., sotto il regno del tiranno Dionisio.

Damone e Finzia

Finzia e il suo amico Damone, che erano seguaci di Pitagora, andarono a Siracusa (Sicilia) per unirsi al loro maestro.

Qui Finzia contestava pubblicamente i metodi violenti del tiranno Dionisio. Dionisio, infuriato, lo fece arrestare e lo condannò a morte.

Come ultimo desiderio, Finzia chiese il permesso di tornare a casa per sistemare alcune faccende e dare l'ultimo saluto alla famiglia.

Dionisio era sicuro che Finzia non sarebbe più tornato, e perciò rifiutò.

Damone allora si fece avanti e chiese al tiranno di prendere il posto dell'amico mentre era via. Dionisio disse di sì a condizione che, se per caso Finzia non fosse tornato, Damone sarebbe stato giustiziato al suo posto.

I due amici accettarono, così Finzia fu rilasciato e Damone fu rinchiuso in prigione.

Il giorno stabilito per l'esecuzione Finzia non si vedeva e Dionisio derideva Damone perché aveva sbagliato a fidarsi di un amico. Ma proprio quando il boia stava per uccidere Damone, Finzia arrivò di corsa, stanco e ferito.

Domandò scusa all'amico per il ritardo e raccontò che prima la sua nave era stata distrutta da una tempesta e poi i banditi lo avevano aggredito lungo la strada. Ma egli non aveva mai perso la speranza e alla fine era riuscito ad arrivare appena in tempo.

Dionisio colpito dall'amicizia e dalla lealtà fra i due, lasciò liberi entrambi!



Le tue riflessioni...

1. Ci sono situazioni in cui hai bisogno di isolarti e stare da solo/sola per studiare matematica?
Fai un esempio e spiega perché.

.....

.....

.....

2. Preferisci fare i compiti di matematica da solo/sola o con i tuoi amici?
Elenca due vantaggi e due svantaggi del lavorare in gruppo per fare i compiti di matematica.

Vantaggio 1: Vantaggio 2:

Svantaggio 1: Svantaggio 2:

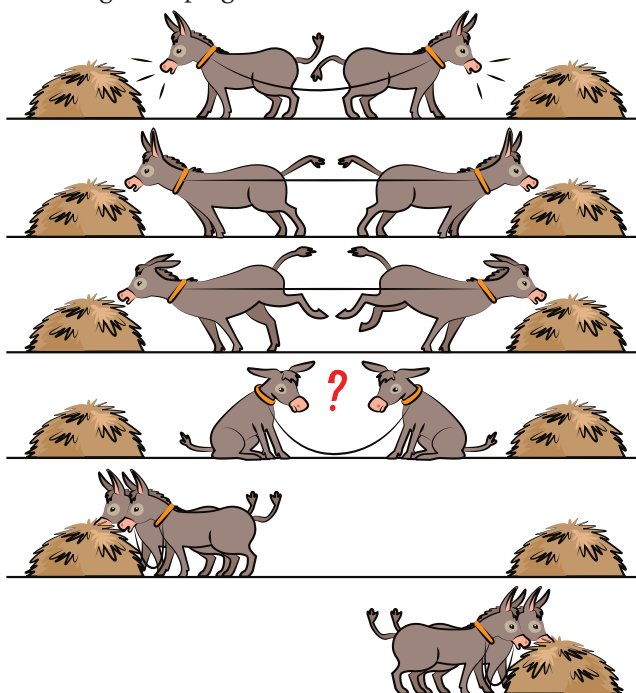
3. Ecco una frase scritta in linguaggio matematico:

$$7 + 3 = 10$$

Tutte le persone del mondo che hanno studiato un po' di matematica sanno cosa significa, ma ciascuno la legge nella propria lingua madre.

Tu, in quante lingue sai contare da 1 a 10?

4. A cosa ti fa pensare questa immagine? Spiegalo con un racconto.



5. Secondo te è vero che in matematica è meglio collaborare che competere?
Racconta la tua esperienza.

.....

.....

.....